




---

**OLIMPIADA DE MATEMATICĂ  
ETAPA LOCALĂ  
22 februarie 2014**

**CLASA a VI-a**

**Bareme de corectare**

**Subiectul I**

Notăm  $d = (a,b)$ ; atunci există numerele naturale nenule  $p$  și  $q$  astfel încât  $a = pd$ ,  $b = qd$  și  $(p,q) = 1$ . 1 p

Se obține  $[a,b] = pqd$  și proprietățile din ipoteză devin:

$pd + qd = 2014$  și  $pqd = 682d \Rightarrow pq = 682$  și  $(p + q)$  divide 2014,  $2014 = 2 \cdot 19 \cdot 53$ . 1 p

Dar  $682 = 2 \cdot 11 \cdot 31 = pq$ ,  $(p,q) = 1$ . 1 p

Dacă  $p = 2 \Rightarrow q = 341 \Rightarrow p + q = 343 = 7^3$ , nu divide 2014.

Dacă  $p = 11 \Rightarrow q = 62 \Rightarrow p + q = 73$ , nu divide 2014.

Dacă  $p = 31 \Rightarrow q = 22 \Rightarrow p + q = 53$ , care divide 2014. 2 p

Cum celelalte cazuri posibile revin tot la acestea, schimbând  $a$  cu  $b$ , singura situație convenabilă este  $p = 31$ ,  $q = 22$ , de unde  $d = 2014 : (p+q) = 2014 : 53 = 38$ . 1 p

Se obține  $a = 31 \cdot 38 = 1178$  și  $b = 22 \cdot 38 = 836$ . 1 p

**Subiectul II**

$2a + 6b - 5m = 0 \Leftrightarrow 2a + b = 5(m - b)$  se divide cu 5 1p

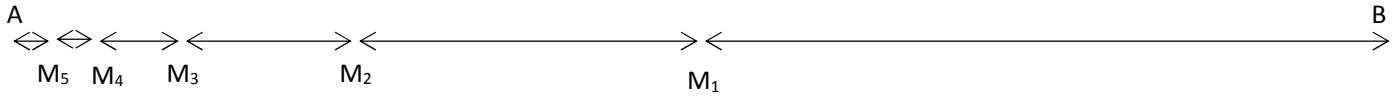
$\Rightarrow 2a(2a + b) = 4a^2 + 2ab$  se divide cu 5

$b(2a + b) = 2ab + b^2$  se divide cu 5  $\Rightarrow (4a^2 + 2ab) - (2ab + b^2) = 4a^2 - b^2$  se divide cu 5;  
cum  $5b^2$  se divide cu 5  $\Rightarrow 4a^2 - b^2 + 5b^2 = 4(a^2 + b^2)$  se divide cu 5. 5p

Dar  $(4,5) = 1$ , de unde  $a^2 + b^2$  se divide cu 5. 1p



**Subiectul III**



a)  $AB = 1\text{m} = 1000\text{mm}$

$AM_1 = AB : 2 = 500\text{mm}$

$AM_2 = AM_1 : 2 = AB : 2^2 = 250\text{mm}$

$AM_3 = AM_2 : 2 = AB : 2^3 = 125\text{mm}$

$AM_4 = AM_3 : 2 = AB : 2^4 = 62,5\text{mm}$

$AM_5 = AM_4 : 2 = AB : 2^5 = 31,25\text{mm}$

$M_5M_4 = AM_5 = 31,25\text{mm}$  2p

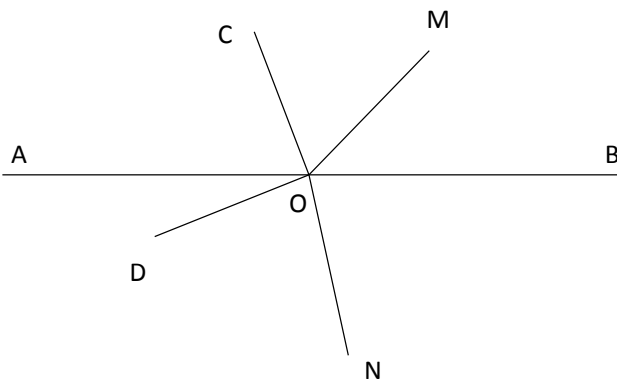
b) Se observă că  $AM_n = AB : 2^n$  2p

$\Rightarrow AM_n < 1\text{mm} \Leftrightarrow 2^n > AB, AB = 1000\text{mm}$  1p

$2^{10} = 1024$

$2^9 = 512 \Rightarrow n = 10$  este cea mai mică valoare. 2p

**Subiectul IV**



$m(\widehat{AOC}) = 4m(\widehat{AOD})$

$m(\widehat{COD}) = 90^\circ \Rightarrow m(\widehat{AOD}) = 90^\circ : 5 = 18^\circ, m(\widehat{AOC}) = 4m(\widehat{AOD}) = 72^\circ$  3p

$m(\widehat{BOC}) = 180^\circ - m(\widehat{AOC}) = 108^\circ \Rightarrow m(\widehat{COM}) = 54^\circ \Rightarrow m(\widehat{DOM}) = 90^\circ + 54^\circ = 144^\circ$

2p



---

$$m(\widehat{BOD}) = 180^\circ - m(\widehat{AOD}) = 162^\circ \Rightarrow m(\widehat{BON}) = 81^\circ \Rightarrow m(\widehat{MON}) = 54^\circ + 81^\circ = 135^\circ$$

2p